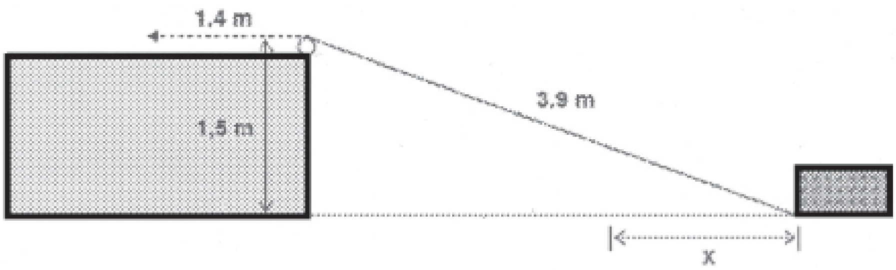
MATEMÁTICA

10- Uma corda de 3,9 m de comprimento conecta um ponto na base de um bloco de madeira a uma polia localizada no alto de uma elevação, conforme o esquema abaixo. Observe que o ponto mais alto dessa polia está 1,5 m acima do plano em que esse bloco desliza. Caso a corda seja puxada 1,4 m, na direção indicada abaixo, a distância x que o bloco deslizará será de:

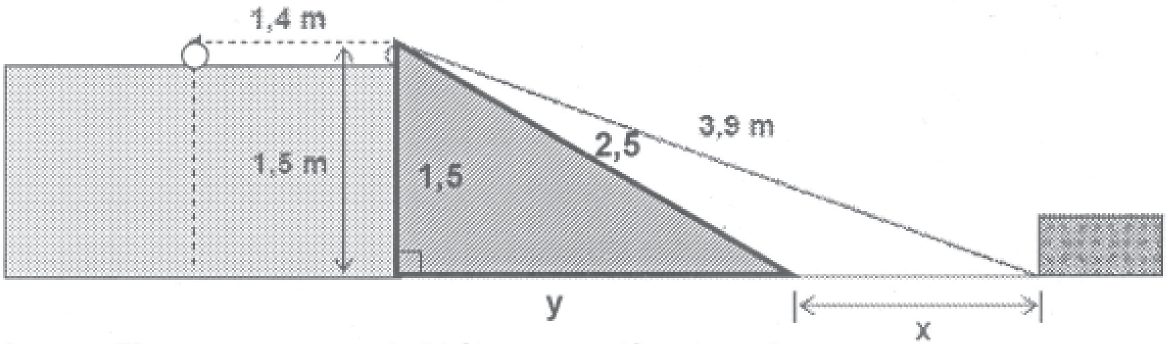
a) 1,0 m.
b) 1,3 m.
♦c) 1,6 m.
d) 1,9 m.
e) 2,1 m.



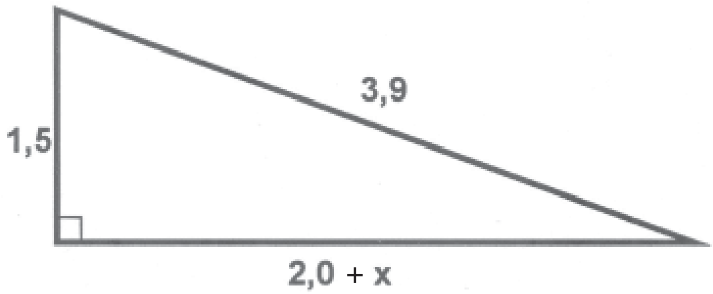
RESOLUÇÃO:

Utilizando o teorema de Pitágoras no triângulo destacado, pra encontrar y.

$2,5^2 = 1,5^2 + y^2 \Rightarrow y = 2,0$



Agora utilizamos o teorema de Pitágoras no triângulo maior, pra encontrar x.



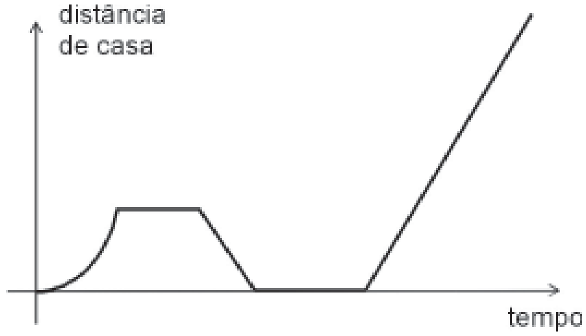
$3,9^2 = 1,5^2 + (2 + x)^2 \Rightarrow$

$15,21^2 = 2,25^2 + 4 + 4x + x^2 \Rightarrow$

$x^2 + 4x - 8,96 = 0$

Raízes: $x' = -5,6$ (não verifica) e $\boxed{x'' = 1,6}$ (verifica)

11- Assinale a alternativa que apresenta a história que melhor se adapta ao gráfico.



a) Assim que saí de casa lembrei que deveria ter enviado um documento para um cliente por e-mail. Resolvi voltar e cumprir essa tarefa. Aproveitei para responder mais algumas mensagens e, quando me dei conta, já havia passado mais de uma hora. Saí apressada e tomei um táxi para o escritório.
♦b) Saí de casa e quando vi o ônibus parado no ponto corri para pegá-lo. Infelizmente o motorista não me viu e partiu. Após esperar algum tempo no ponto, resolvi voltar para casa e chamar um táxi. Passado algum tempo, o táxi me pegou na porta de casa e me deixou no escritório.
c) Eu tinha acabado de sair de casa quando tocou o celular e parei para atendê-lo. Era meu chefe, dizendo que eu estava atrasado para uma reunião. Minha sorte é que nesse momento estava passando um táxi. Acenei para ele e poucos minutos depois eu já estava no escritório.
d) Tinha acabado de sair de casa quando o pneu furou. Desci do carro, troquei o pneu e finalmente pude ir para o trabalho.
e) Saí de casa sem destino – estava apenas com vontade de andar. Após ter dado umas dez voltas na quadra, cansei e resolvi entrar novamente em casa.

RESOLUÇÃO: A única alternativa compatível com o gráfico dado é a alternativa b, pois na outras o gráfico teria outro comportamento.

12- Qual das seguintes retas passa pelo centro da circunferência $x^2 + y^2 + 4y - 3 = 0$?
a) $x + 2y = 4$.
♦b) $5x – y = 2$.
c) $x + y = 0$.
d) $x – 5y = –2$.
e) $2x + y = 7$.

RESOLUÇÃO:

* calculando o centro da circunferência $x^2 + y^2 + 4 - 3 = 0$

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{C}{-2} = \frac{0}{-2} = 0 \\ b &= \frac{D}{-2} = \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned}\right\} Centro\,(0,-2)$$

* Substituindo o centro na equação de reta $5x - y = 2$, temos; que o centro pertence a reta.

$$5x - y = 2$$
$$5.0 - (-2) = 2$$
$$+2 = 2$$

13- Em uma população de aves, a probabilidade de um animal estar doente é. Quando uma ave está doente, a probabilidade de ser devorada por predadores é, e, quando não está doente, a probabilidade de ser devorada por predadores é. Portanto, a probabilidade de uma ave dessa população, escolhida aleatoriamente, ser devorada por predadores é de:
a) 1,0%.
b) 2,4%.
c) 4,0%.
♦d) 3,4%.
e) 2,5%.

RESOLUÇÃO:

Questão 13. Pelo enunciado encontramos:

- **Probabilidade de uma ave doente é** $\frac{1}{25}$
- **Probabilidade de uma ave não estar doente é** $\frac{24}{25}$
- **Probabilidade de uma ave doente ser devorada por predadores é** $\frac{1}{4}$
- **Probabilidade de uma ave não estar doente ser devorada por predadores é** $\frac{1}{40}$

Logo a probabilidade de uma ave ser devorada por predadores é:

$$\left(\frac{1}{25}\cdot\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{\overset{+10}{24}}{25}\cdot\frac{1}{\underset{+10}{40}}\right)$$

$$\frac{1}{100}+\frac{2,4}{100}=\frac{3,4}{100}=3,4\%$$

14- Suponha que o horário do pôr do sol na cidade de Curitiba, durante o ano de 2009, possa ser descrito pela função

$$f(t)=18,8-1,3\quad sen\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$$

sendo t o tempo dado em dias e t = 0 o dia 1º de janeiro. Com base nessas informações, considere as seguintes afirmativas:
1. O período da função acima é 2π.
2. Foi no mês de abril o dia em que o pôr do sol ocorreu mais cedo.
3. O horário em que o pôr do sol ocorreu mais cedo foi 17h30.
Assinale a alternativa correta.
a) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
b) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
♦d) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

RESOLUÇÃO:

Pergunta 1 – $p=\frac{2\pi}{|e|}=\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{365}}=2\pi.\frac{365}{2\pi}=365$ **. (alternativa falsa)**

Pergunta 2 – $sen\left(\frac{2\pi}{365}.t\right)=1 \quad ----> \quad \frac{2\pi}{365}.t=\frac{\pi}{2} \quad = \quad t=\frac{\pi.365}{2\pi.2}=91,25$

Logo concluimos pelo valor de 91,25 que o pôr do sol mais cedo ocorreu em abril. (alternativa falsa)

Pergunta 3 – $f(t)=18,8-1,3\,sen\left(\frac{2\pi}{365}.t\right)=1$

$f(t)=18,5-1,3.1=17,5$

Logo o valor de 17,5 corresponde 17h30'. (alternativa verdadeira)

15- Para testar a eficiência de um tratamento contra o câncer, foi selecionado um paciente que possuía um tumor de formato esférico, com raio de 3 cm. Após o início do tratamento, constatou-se, através de tomografias, que o raio desse tumor diminuiu a uma taxa de 2 mm por mês. Caso essa taxa de redução se mantenha, qual dos valores abaixo se aproxima mais do percentual do volume do tumor original que restará após 5 meses de tratamento?

♦a) 29,6%
b) 30,0%
c) 30,4%
d) 30,8%
e) 31,4%

RESOLUÇÃO:

Sendo 30 mm o raio original do tumor que diminuiu a uma taxa de 2 mm por mês, teremos para raio do tumor após 5 meses de tratamento::

$30 - 2 \cdot 5 = 20$ mm

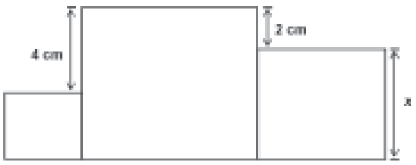
O percentual que restará será dado pela razão entre os volumes:

$$\frac{V_{\text{após 5 meses}}}{V_{\text{original}}} = \frac{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 20^3}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 30^3} = \left(\frac{20}{30}\right)^3 = \frac{8}{27} = 0{,}296 = 29{,}6\%$$

Observação: Poderíamos ter usado apenas a razão cúbica entre os raios.

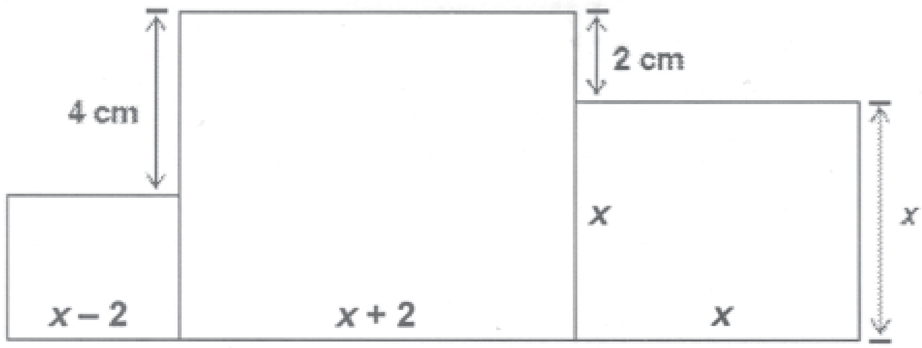
16- A soma das áreas dos três quadrados ao lado é igual a 83 cm². Qual é a área do quadrado maior?

a) 36 cm²
b) 20 cm²
♦c) 49 cm²
d) 42 cm²
e) 64 cm²



RESOLUÇÃO:

Encontrando os lados dos quadrados:



Soma das áreas dos quadrados:

$83 = (x - 2)^2 + (x + 2)^2 + x^2 \Rightarrow$

$83 = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4 + x^2 \Rightarrow$

$75 = 3x^2 \Rightarrow$

$x^2 = 25$

$\boxed{x = 5}$

Logo a área do quadrado maior será:

$\text{Área} = (x + 2)^2 \Rightarrow$

$\text{Área} = (5 + 2)^2 \Rightarrow$

$\boxed{\text{Área} = 7^2 = 49 \text{ cm}}$

17- Considere o polinômio $p(x) = x^3 - ax^2 + x - a$ e analise as seguintes afirmativas:
1. $i = \sqrt{-1}$ É uma raiz desse polinômio.
2. Qualquer que seja o valor de a, é divisível por x - a.
3. Para que p(-2) = -10, o valor de a deve ser 0.

Assinale a alternativa correta.
a) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
b) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
♦e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

RESOLUÇÃO:

1. VERDADEIRA

$p(i) = i^3 - a \cdot i^2 + i - a$

$p(i) = -i + a + i - a$

$\boxed{p(i) = 0}$

Logo i é raiz do polinômio p(x).

2. VERDADEIRA

Pelo teorema de D´Alembert:

$p(a) = a^3 - a \cdot a^2 + a - a$

$p(a) = a^3 - a^3 + a - a$

$\boxed{p(a) = 0}$

Logo p(x) é divisível por (x – a)

3. VERDADEIRA

$p(-2) = -10 \Rightarrow$

$(-2)^3 - a \cdot (-2)^2 + (-2) - a = -10$

$-8 - 4a - 2 - a = -10$

$-5a = 0$

$\boxed{a = 0}$

18- Um professor de Estatística costuma fazer duas avaliações por semestre e calcular a nota final fazendo a média aritmética entre as notas dessas duas avaliações. Porém, devido a um problema de falta de energia elétrica, a segunda prova foi interrompida antes do tempo previsto e vários alunos não conseguiram terminá-la. Como não havia possibilidade de refazer essa avaliação, o professor decidiu alterar os pesos das provas para não prejudicar os alunos. Assim que Amanda e Débora souberam da notícia, correram até o mural para ver suas notas e encontraram os seguintes valores:

Nome	1ª prova	2ª prova	Nota final da disciplina
Amanda	82	52	72,1
Débora	90	40	73,5

Qual foi o peso atribuído à segunda prova?
a) 0,25
b) 0,30
♦c) 0,33
d) 0,35
e) 0,40

RESOLUÇÃO:
Considerando x e y os pesos da 1ª e 2ª provas respectivamente, temos.

$$\begin{cases} \dfrac{82x+52y}{x+y} = 72{,}1 \\ \dfrac{90x+40y}{x+y} = 73{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 82x+52y = 72{,}1x+72{,}1y \\ 90x+40y = 73{,}5x+73{,}5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9{,}9x = 20{,}1y \ .\ 10 \\ 16{,}5x = 33{,}5y \ .10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 99x = 201y \ ----> x = \dfrac{201y}{99} = \dfrac{67y}{33} \\ 165x = 335y \ ----> x = \dfrac{335y}{165} = \dfrac{67y}{33} \end{cases}$$

A solução do sistema é $\left(\dfrac{67y}{33}, y\right) \ \forall y \in R_+$, com y ≠ 0.

Logo verificamos que qualquer alternativa poderá ser considerada correta.